

Ora chiamando  $a$ ,  $b$ , e  $i$  i coseni degli angoli che la normale alla superficie fa coi tre assi,  $a$ ,  $p$ ,  $y$  quelli degli angoli fatti coi medesimi assi dalla normale al piano o» sculatore della curva tracciata sovr'essa/con  $R$  il raggio di curvatura della curva stessa, si ha, come è notissimo.

$$\begin{aligned} \text{dunque} \quad & \frac{d^2 x}{p} - \frac{dx d^2 y - dy d^2 x}{K} \\ \text{ossia} \quad & \frac{d^2 x}{r} - \frac{dx d^2 y - dy d^2 x}{r \cos O} \end{aligned}$$

indicando con  $\theta$  l'angolo che il piano osculatore della curva fa col piano tangente la superficie. È questa la notissima forinola che porge la curvatura geodetica di una curva tracciata sopra una superficie. La natura dell'espressione da cui venne dedotta pone fuori di dubbio la proprietà che ha questo ente, di rimanere invariabile in tutti i cambiamenti di forma di cui è suscettibile la superficie data, riguardata come flessibile ed inestendibile \*).

## XXII.

Applichiamo le forinole generali trovate nell'articolo precedente ad alcune quistioni particolari.

Supponiamo primieramente che le coordinate sieno geodetiche, e quindi che si abbia

in queste ipotesi si ha dalle (60)

$$\frac{d^2 x}{du^2} = \frac{d^2 y}{dv^2} = \frac{d^2 z}{dw^2} = \frac{d^2 s}{ds^2} = 1$$

valori che coincidono con quelli che abbiamo già trovati nell'art. XVIII.

Supponiamo che la curvatura geodetica delle linee  $u = \text{cost.}$ , le quali costituiscono

\*) L'invariabilità della curvatura geodetica fu stabilita per la prima volta dal sig. MINDING, nella **nota** citata pocanzi.